

臺灣綜合大學系統 109 學年度學士班轉學生聯合招生考試試題

科目名稱	工程數學	類組代碼	D09
		科目碼	D0991

※本項考試依簡章規定所有考科均「不可」使用計算機。

本科試題共計 壹 頁

1. 若一物體在真空中因重力作用而落下，其加速度為一常數 $\vec{g}$ 。試以一微分方程式描述此運動，並假設 $y(t)$ 表落下的距離，其為時間的函數。接著，求解此微分方程式。(自行寫出必要的假設條件) [10分]
2. 求解 $y' = \sqrt{1 - y^2}$ 之 $y$ ，其中 $y' \equiv \frac{dy}{dx}$ ， $y \neq \pm 1$ 。 [10分]
3. 求解 $\sin \theta dr = r \cos \theta d\theta$ 之 $r$ ，且 $r = r(\theta)$ ，並已知 $r(\frac{\pi}{2}) = -0.3$ 。 [10分]
4. 求解 $y'' - 16y = 0$ 之 $y$ ，其中 $y'' \equiv \frac{d^2y}{dx^2}$ ，且已知 $y(0) = 5$ ， $y(\frac{1}{4}) = 5e$ 。 [10分]
5. 求解 $x^2 y'' - 5xy' + 8y = 0$ 之 $y$ ，其中 $y'' \equiv \frac{d^2y}{dx^2}$ ， $y' \equiv \frac{dy}{dx}$ ，且已知 $y(1) = 5$ ， $y'(1) = 18$ 。 [10分]
6. 求 $f(t) = U(t-1)\cosh(t)$ 之拉氏轉換 $F(s) = ?$ 其中 $U(t-1)$ 表單位階梯函數。 [10分]
7. 限以卡萊-漢米敦定理(Cayley-Hamilton Theorem)求矩陣 $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 5 \\ 0 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 之反矩陣。 [10分]
8. 已知一組特徵值 $\lambda = 1, 2, 3$ ，特徵向量 $X = [1 \ 0 \ 0]^T$ ， $[1 \ -2 \ 1]^T$ 及 $[0 \ 1 \ 0]^T$ ，求其對應之矩陣 $A = ?$  [15分]
9. 已知 $\vec{F} = x^3 \vec{i} + z^3 \vec{k}$ ， $S$ 為立方體 $|x| \leq 1$ ， $|y| \leq 1$ ， $|z| \leq 1$ 之表面，請利用散度定理求 $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} dA = ?$  [15分]